Exercice 1 : Sur 5 points

1. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$, s'ils ne sont pas colinéaires c'est que les points A, B et C ne sont pas alignés.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3-2\\-1-1\\7-3\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-5\\-2\\4\end{pmatrix}$. De même $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3-2\\2-1\\4-3\end{pmatrix}$ d'où $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires donc **A, B et C ne sont pas alignés**.

2. a) (d) a pour vecteur directeur $\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$.

Calculons $\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{AC}$:

$\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-5\\-2\\4\end{pmatrix} = 2 \times (-5) + (-3) \times (-2) + 1 \times 4 = -10 + 6 + 4 = 0$

donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux.

$\overrightarrow{u}\,.\,\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 2 \times 1 + (-3) \times 1 + 1 \times 1 = 2 - 3 + 1 = 0$

donc $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

Le vecteur $\overrightarrow{u}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), il est donc orthogonal au plan (ABC). **La droite (d) est orthogonale au plan (ABC).**

b) $\overrightarrow{u}$ est orthogonale au plan (ABC), $\overrightarrow{u}$ est donc un vecteur normal au plan (ABC) donc le plan (ABC) a une équation cartésienne de la forme : $2x - 3y + z + d = 0$.

Pour déterminer d, on remplace par les coordonnées de A (car $A \in$ (ABC)) dans l'équation :
$2 \times 2 - 3 \times 1 + 3 + d = 0$ d'où $\mathbf{d = -4}$.

On en déduit l'équation cartésienne du plan (ABC) : $\mathbf{2x - 3y + z - 4 = 0}$.

3. a) • Calculons les coordonnées de H :

$2 \times (-7 + 2t) - 3 \times (-3t) + (4 + t) - 4 = 0$

$-14 + 4t + 9t + 4 + t - 4 = 0$

$14t = 14$ soit $t = 1$ d'où $\begin{cases} x_H = -7 + 2 \times 1 \\ y_H = -3 \times 1 \\ z_H = 4 + 1 \end{cases}$

On en déduit les coordonnées de **H (– 5 ; – 3 ; 5)**

• Calculons les coordonnées du barycentre H' de (A ; – 2), (B ; – 1) et (C ; 2)

$$\begin{cases} x_{H'} = \dfrac{-2 \times 2 - 1 \times (-3) + 2 \times 3}{-2-1+2} \\ y_{H'} = \dfrac{-2 \times 1 - 1 \times (-1) + 2 \times 2}{-2-1+2} \\ z_{H'} = \dfrac{-2 \times 3 - 1 \times 7 + 2 \times 4}{-2-1+2} \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x_{H'} = -5 \\ y_{H'} = -3 \\ z_{H'} = 5 \end{cases}$$

On en déduit que H' et H sont confondus.

Donc que **H est le barycentre de (A ; – 2), (B ; – 1) et (C ; 2)**

b) $-2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC} = -\,\overrightarrow{MH}$ d'après les propriétés sur les barycentres.
$\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} - (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC}) = -\,\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$
Donc $(-2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0 \Leftrightarrow -\,\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{CB} = 0$

L'ensemble des points cherché Γ_1 est un **plan passant par H et perpendiculaire à (BC).**
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ donc Γ_1 a une équation cartésienne de la forme $6x + 3y - 3z + d = 0$.
$H \in \Gamma_1$ donc $6 \times -5 + 3 \times -3 - 3 \times 5 + d = 0$ soit $d = 54$. En simplifiant par 3, on obtient :
Γ_1 a pour équation cartésienne $\mathbf{2x + y - z + 18 = 0}$.

c) $\| -2\,\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC} \| = \sqrt{29} \Leftrightarrow \| -\,\overrightarrow{MH} \| = \sqrt{29} \Leftrightarrow MH = \sqrt{29}$.
L'ensemble des points cherché Γ_2 est une **sphère de centre H et de rayon $\sqrt{29}$**.
Son équation est : $\mathbf{(x + 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 5)^2 = 29.}$

d) L'intersection d'un plan et d'une sphère est un cercle.
Ici nous avons un point commun entre le plan et la sphère c'est le point H centre de la sphère.
Donc l'intersection de Γ_1 et Γ_2 est le **cercle de centre H de rayon $\sqrt{29}$ contenu dans le plan Γ_1**.

e) Remplaçons les coordonnées de S dans l'équation de Γ_1 :
$2 \times -8 + 1 - 3 + 18 = -16 - 2 + 18 = 0$. Donc $S \in \Gamma_1$.
Remplaçons les coordonnées de S dans l'équation de Γ_2 :
$(-8 + 5)^2 + (1 + 3)^2 + (3 - 5)^2 = 9 + 16 + 4 = 29$. Donc $S \in \Gamma_2$.
S appartient à l'intersection de Γ_1 et Γ_2.

<u>Exercice 2 :</u> candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité (sur 5 points)

1. a) L'homothétie de centre A et de rapport $\sqrt{2}$ a pour écriture complexe :
$z' = \sqrt{2}(z - i) + i$
En remplaçant z par 2 on trouve
$z_{B1} = \sqrt{2}(2 - i) + i = 2\sqrt{2} + i(1 - \sqrt{2})$
B_1 a pour affixe $2\sqrt{2} + i(1 - \sqrt{2})$

b) La rotation de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$ a pour écriture complexe $z' = e^{i\pi/4}(z - i) + i$
En remplaçant z par z_{B1} on trouve :
$z_{B'} = e^{i\pi/4}(2\sqrt{2} + i(1 - \sqrt{2}) - i) + i$
$z_{B'} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)(2\sqrt{2} - i\sqrt{2}) + i$
$z_{B'} = (2 - i + 2i + 1) + i = 3 + 2i$
B' a pour affixe 3 + 2i

2. a) B a pour affixe 2 donc l'image de B par *f* a pour affixe :
$z' = (1 + i) \times 2 + 1 = 3 + 2i$
B' est l'image de B par f.

b) Cherchons les points invariants de f :
$z' = z = (1 + i)z + 1$
$z - (1 + i)z = 1$
$-iz = 1$ soit $z = i$.
f a un unique point invariant d'affixe i c'est donc A.

c) Calculons $\dfrac{z' - z}{i - z}$

$$\frac{z' - z}{i - z} = \frac{(1 + i)z + 1 - z}{i - z} = \frac{z + iz + 1 - z}{i - z} = \frac{iz + 1}{i - z} = \frac{iz - i^2}{i - z} = -i\,\frac{i - z}{i - z} = -i$$

Donc $\boldsymbol{\dfrac{z' - z}{i - z} = -i}$

$\left|\dfrac{z' - z}{i - z}\right| = \dfrac{MM'}{MA}$ et $|-i| = 1$ donc $\dfrac{MM'}{MA} = 1$ soit **MM' = MA**

$\arg\left(\dfrac{z' - z}{i - z}\right) = (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'})\ [2\pi]$ et $\arg(-i) = -\dfrac{\pi}{2}$ donc $\boldsymbol{\widehat{(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'})} = -\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]}$

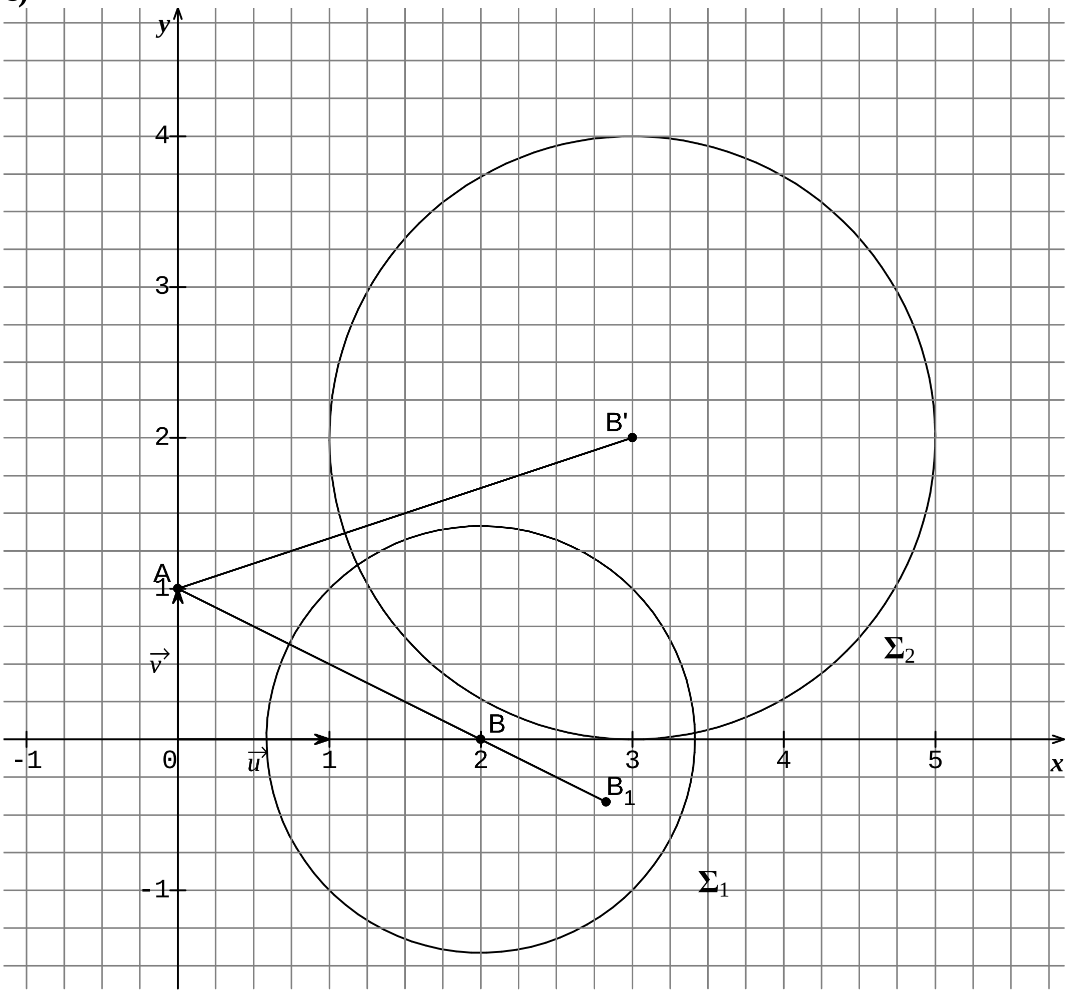
Pour M distinct de A :
On trace un cercle de centre M passant par A.
On trace la droite perpendiculaire à (AM) passant par M, elle coupe le cercle précédent en deux points. M' est celui tel que $\boldsymbol{(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'}) = -\dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]}$.

3. a) $|z - 2| = BM$
Donc $\boldsymbol{\Sigma}_1$ l'ensemble des points M du plan tel que $|z - 2| = \sqrt{2}$ revient à chercher l'ensemble des points tel que $BM = \sqrt{2}$.
Il s'agit d'un cercle de centre B et de rayon $\sqrt{2}$.

b) $(1 + i)(z - 2) = (1 + i)z - 2 - 2i = z' - 1 - 2 - 2i = z' - 3 - 2i$
on a bien $\boldsymbol{z' - 3 - 2i = (1 + i)(z - 2)}$

Si $M \in \boldsymbol{\Sigma}_1$ alors $|z - 2| = \sqrt{2}$
$|z' - 3 - 2i| = |(1 + i)(z - 2)|$
$|z' - 3 - 2i| = |1 + i| \times |z - 2|$
$|z' - 3 - 2i| = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$
$|z' - 3 - 2i| = 2$
$B'M' = 2$
Si $M \in \boldsymbol{\Sigma}_1$ alors son image M' par f appartient au cercle Σ_2 de centre B' et de rayon 2.

c)



<u>Exercice 2 :</u> candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité (sur 5 points)

Partie A

1. A a pour affixe 3i, B a pour affixe 6 et O a pour affixe 0.

Il existe une et une seule similitude directe qui transforme A en O et O en B si, et seulement si il existe deux complexes α et β avec $\alpha \neq 0$ tels que : $\begin{cases} 0 = \alpha \times 3i + \beta \\ 6 = \alpha \times 0 + \beta \end{cases}$

Résolvons le système :

$$\begin{cases} 0 = \alpha \times 3i + \beta \\ 6 = \alpha \times 0 + \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \alpha \times 3i + 6 \\ 6 = \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{-6}{3i} \\ \beta = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 2i \\ \beta = 6 \end{cases}$$

Donc la **similitude directe existe** et a pour équation complexe : $z' = 2iz + 6 = 2e^{i\pi/2}z + 6$.

Le centre de la similitude à pour affixe : $w_1 = \dfrac{6}{1-2i} = \dfrac{6+12i}{5}$

Elle a donc pour caractéristiques un centre d'affixe $\dfrac{6 + 12i}{5}$, un rapport de 2 et un angle de $\dfrac{\pi}{2}$.

2. Il existe une et une seule similitude indirecte qui transforme A en O et O en B si, et seulement si il existe deux complexes α et β avec $\alpha \neq 0$ tels que : $\begin{cases} 0 = \alpha \times \overline{3i} + \beta \\ 6 = \alpha \times \overline{0} + \beta \end{cases}$

Résolvons le système : $\begin{cases} 0 = \alpha \times \overline{3i} + \beta \\ 6 = \alpha \times \overline{0} + \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -\alpha \times 3i + 6 \\ 6 = \beta \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{6}{3i} = -2i \\ \beta = 6 \end{cases}$

Donc la **similitude directe existe** et a pour équation complexe :

$z' = -2i\overline{z} + 6 = -2e^{-i\pi/2}\, z + 6.$

Elle a donc pour caractéristiques un rapport 2 et un angle de $-\dfrac{\pi}{2}$.

Partie B :

1. La transformation *f* est la similitude indirecte de la partie A.
Cherchons un point invariant c'est-à-dire un point tel que z' = z en posant z = a + ib.

$z = -2i\,\overline{z} + 6$

$a + ib = -2i\,(a - ib) + 6$
$a + ib = -2ai + 2i^2b + 6$
$a + ib = -2ai - 2b + 6$
$a + 2b - 6 + i(b + 2a) = 0$

Soit $\begin{cases} a + 2b - 6 = 0 \\ b + 2a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases}$

Conclusion : **f possède un unique point invariant K d'affixe – 2 + 4i**.

2. a) g est la composée de deux similitudes de point invariant K. (centre des similitudes).
Donc g laisse **le point K invariant**.

h est une similitude de rapport $\dfrac{1}{2}$ et f est une similitude de rapport 2. Or la composée de deux similitudes a pour rapport le produit des deux rapports soit $\dfrac{1}{2} \times 2 = 1$.

g est une similitude (car c'est la composée de deux similitudes) de rapport 1 c'est donc une **isométrie.**

b) L'écriture complexe de h est :

$$z' = \frac{1}{2}(z + 2 - 4i) - 2 + 4i = \frac{1}{2}z + 1 - 2i - 2 + 4i = \frac{1}{2}z - 1 + 2i.$$

$M'' = f \circ h(M) = f(M')$

d'où $z'' = -2i\,\overline{\left(\frac{1}{2}z - 1 + 2i\right)} + 6$

$z'' = -2i\left(\frac{1}{2}\overline{z} - 1 - 2i\right) + 6$

$z'' = -i\,\overline{z} + 2i - 4 + 6$

$z'' = -i\,\overline{z} + 2i + 2$

g a bien pour écriture complexe : $z'' = -i\,\overline{z} + 2i + 2$

c) Si le point invariant est sur l'axe $(O, \overrightarrow{v})$ alors il a pour affixe ai.

$ai = -i\,\overline{(ai)} + 2 + 2i = -i(-ai) + 2 + 2i = -a + 2 + 2i$.

On en déduit que a = 2 et que **g a sur l'axe $(O; \overrightarrow{v})$ un unique point invariant qui est L d'affixe 2i.**

g a deux points fixes distincts K et L donc g est soit l'identité soit la symétrie axiale d'axe (KL). Or si on cherche l'image de O par g on trouve : $z_O'' = -i \times 0 + 2i + 2 = 2i + 2 \neq 0$
Donc O n'est pas un point invariant.
g n'est donc pas l'identité **c'est donc la symétrie axiale d'axe (KL)**

d) $g = f \circ h$ et soit h' une homothétie telle que $f = g \circ h'$.
on en déduit que $g = g \circ h' \circ h$ donc $h' \circ h = Id$.
h' est donc l'homothétie réciproque de h, c'est-à-dire **l'homothétie de centre K et de rapport 2.**

3. Soit (Δ) un droite. $f = g \circ h'$.
$f(\Delta) = g \circ h'(\Delta)$.

Or l'image d'une droite par une homothétie est une droite parallèle, et on a l'égalité dans certains cas particuliers (si l'homothétie est de rapport 1, ou si la droite passe par le centre de l'homothétie).
L'image de Δ par h' est donc soit Δ (si Δ passe par K) soit une droite parallèle à Δ.

g est une réflexion or les seules droites qu'une réflexion transforme en droites parallèles sont celles qui sont parallèles à l'axe de la réflexion.

Les droites Δ telles que $f(\Delta)$ et Δ soient parallèles sont les droites parallèles à (KL).

<u>**Exercice 3 :**</u> **Sur 7 points.**

Partie A : étude d'une fonction

1. a) Sur $[0 ; +\infty[$ la fonction g définie par $g(x) = x$ est définie et dérivable (c'est une fonction affine).
Sur $[0 ; +\infty[$, la fonction h définie par $h(x) = x + 1$ est définie et dérivable (c'est une fonction affine).
Sur $]0 ; +\infty[$, la fonction ln est définie et dérivable.
Donc par produit et composée de fonction la fonction *f* est dérivable sur $[0 ; +\infty[$.

On a pour tout x de $[0 ; +\infty[$: $f'(x) = \ln(x + 1) + x \times \dfrac{1}{x+1}$

$$= \ln(x + 1) + \frac{x}{x+1}.$$

Sur $[0 ; +\infty[$

- $x + 1 > 1$ donc $\ln(x + 1) > \ln 1$ (car ln est croissante sur $]0 ; +\infty[$).
  soit $\ln(x + 1) > 0$
- $\dfrac{x}{x+1} > 0$

Par conséquent $f'(x) > 0$ sur $[0 ; +\infty[$.
La fonction *f* est donc strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

b) Déterminons l'équation de la tangente à (C) au point O.
Cette tangente à pour équation : $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

Soit $y = 0(x - 0) + 0 = 0$.

L'équation de la tangente à (C) au point O à pour équation y = 0 c'est donc l'axe des abscisses

2. a) Soient a, b et c trois réels.

$$ax + b + \frac{c}{x+1} = \frac{(ax+b)(x+1)+c}{x+1}$$
$$= \frac{ax^2 + (a+b)x + b + c}{x+1}$$

Par identification avec $\frac{x^2}{x+1}$ on a :

$$\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} \mathbf{a = 1} \\ \mathbf{b = -1} \\ \mathbf{c = 1} \end{cases}$$

On a donc pour tout $x \neq -1$, $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

b)

$$I = \int_0^1 \frac{x^2}{x+1}\,dx = I = \int_0^1 \left(\mathbf{x - 1 + \frac{1}{x+1}}\right) dx$$
$$= \left[\frac{x^2}{2} - x + \ln(x+1)\right]_0^1$$
$$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2$$

Soit $I = -\frac{1}{2} + \ln 2$.

3. L'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) et les droites d'équations x = 0, x = 1 et y = 0 est égale à :

$$A = \int_0^1 f(x)\,dx$$
$$= \int_0^1 x\ln(x+1)\,dx$$

posons $\begin{cases} u(x) = \ln(x+1) \\ v'(x) = x \end{cases}$ on a $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x+1} \\ v(x) = \frac{x^2}{2} \end{cases}$

Par intégration par parties :

$$A = \left[\frac{x^2}{2}\ln(x+1)\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{2} \times \frac{1}{x+1}\,dx$$
$$= \frac{\ln 2}{2} - \frac{I}{2}$$
$$= \frac{\ln 2}{2} + \frac{1}{4} - \frac{\ln 2}{2}.$$
$$= \mathbf{\frac{1}{4}} \textbf{ (UA)}$$

4. f est continue et strictement croissante sur [0 ; 1] à valeurs dans [$f(0)$; $f(1)$] soit à valeurs dans [0 ; ln 2].
Or $0,25 \in [0 ; \ln 2]$, donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0,25$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle [0 ; 1].

A l'aide de la calculatrice on a : $f(0,56) = 0,249$ et $f(0,57) = 0,257$
Donc $f(0,56) < f(\alpha) < f(0,57)$
Comme f est strictement croissante sur $[0 ; + \infty [$ on en déduit : $\mathbf{0,56 < \alpha < 0,57}$.

Partie B : étude d'une suite
1. Soit n un entier naturel.
On a pour tout x de [0 ; 1]
- $x^{n+1} < x^n$
- $x + 1 > 1$ donc $\ln (x + 1) > \ln 1$ (car ln est croissante sur $] 0 ; +\infty [$).
  soit $\ln (x + 1) > 0$

Par conséquent sur [0 ; 1] $x^{n+1}.\ln (x + 1) < x^n.\ln (x + 1)$.
Il s'en suit que $\int_0^1 x^{n+1}.\ln(x+1)\,dx < \int_0^1 x^n.\ln(x+1)\,dx$
Donc pour tout entier naturel $u_{n+1} < u_n$
La suite (u_n) est donc décroissante.

Montrons que la suite (u_n) est minorée :
On a pour tout x de [0 ; 1]
- $x^n > 0$
- $\ln (x + 1) > 0$

Par conséquent $x^n.\ln (x + 1) > 0$.
On en déduit alors que pour tout entier naturel $\mathbf{u_n > 0}$.

La suite (u_n) est décroissante et minorée par 0, elle est donc convergente.

2. On a pour tout x de [0 ; 1] : $0 < x < 1$ donc $1 < x + 1 < 2$
Comme la fonction ln est croissante sur $] 0 ; + \infty [$ on a : $0 < \ln(x + 1) < \ln 2$.

De plus pour tout entier naturel et pour tout x de [0 ; 1] $x^n > 0$, on en déduit l'encadrement :

$$0 < x^n.\ln (x + 1) < x^n.\ln 2$$

Par intégration on a :

$$\int_0^1 0\,dx < \int_0^1 x^n.\ln (x + 1)dx < \int_0^1 x^n.\ln 2\,dx$$

$$0 < u_n < \ln 2 \left[\frac{x^{n+1}}{n+1}\right]_0^1$$

$$\mathbf{0 < u_n < \frac{\ln 2}{n + 1}}.$$

- $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{\ln 2}{n+1} = 0$
- $\lim\limits_{n \to +\infty} 0 = 0$

Donc d'aprés le théorème des gendarmes $\mathbf{\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0}$.

Exercice 4 :

1. $p(X > 6) = 1 - p(x \leq 6)$

$$= 1 - \int_0^6 \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$$= 1 - [-e^{-\lambda x}]_0^6$$

$$= 1 + e^{-6\lambda} - e^0 = e^{-6\lambda}.$$

$p(X > 6) = e^{-6\lambda} = 0,3$ soit $-6\lambda = \ln 0,3$ et donc $\boldsymbol{\lambda = \frac{\ln 0,3}{-6}}$ = **0,2** à 10^{-2} près.

2. Il faut résoudre $p(X \leq t) = 0,5$ soit $\int_0^t 0,2e^{-0,2x} dx = 0,5$

$[-e^{-0,2x}]_0^t = 1 - e^{-0,2t} = 0,5$

$e^{-0,2t} = 0,5$

$-0,2\,t = \ln 0,5$ soit $t = \frac{\ln 0,5}{-0,2} \approx 3,5$ année soit 3 ans et 6 mois.

C'est au bout de 3 ans et six mois qu'un robot a la probabilité de 0,5 de tomber en panne.

3. Il faut calculer $P(X > 2)$

$p(X > 2) = 1 - p(X \leq 2)$

$$= 1 - \int_0^2 0,2e^{-0,2x} dx$$

$$= e^{-0,2 \times 2} = e^{-0,4}.$$

La probabilité qu'un robot n'ait pas eu de panne au cours des 2 premières années est $\boldsymbol{e^{-0,4}}$.

4. Il s'agit d'une probabilité conditionnelle.

$P_{(X > 2)}(X > 6) = \frac{P(X > 6 \cap X > 2)}{P(X > 2)} = \frac{P(X > 6)}{P(X > 2)} = \boldsymbol{\frac{0,3}{e^{-0,4}} = 0,45}$.

La probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans sachant qu'il n'a pas eu de panne au cours des deux premières années est de 0,45.

5. Considérons l'épreuve de Bernoulli consistant à étudier le comportement d'un appareil au cours des deux premières années.
La probabilité d'une réussite (absence de panne au cours des deux premières années) est $e^{-0,4}$ et la probabilité d'un échec (au moins une panne) est $1 - e^{-0,4}$.
Il y a 10 appareils, donc il y a 10 épreuves indépendantes. Nous avons donc affaire à un schéma de Bernoulli.
La probabilité que tous les robots aient eu au moins une panne au cours des deux premières années est :
$(1 - e^{-0,4})^{10}$.
Donc la probabilité que au moins un robot n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est de :
$\boldsymbol{1 - (1 - e^{-0,4})^{10} \approx 0,99998}$.