

Exercice 1 : Sur 4 points (commun à tous les candidats)

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.

1) On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne : on suppose qu'il y a équiprobabilité.

a) La probabilité de tirer 3 boules noires est égale à : $\frac{\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}$ c'est-à-dire $\frac{1}{56}$ (réponse A)

b) La probabilité de tirer 3 boules de la même couleur est égale à la probabilité de tirer 3 rouges ou trois noires : c'est-à-dire : $\frac{\binom{3}{5}}{\binom{8}{3}} + \frac{1}{56} = \frac{11}{56}$ (réponse A)

2) On procède à 5 tirages successifs, identiques et deux à deux indépendants : Il y a deux issues contraires à ces 5 tirages : « la boule est noire » de probabilité $\frac{3}{8}$ ou « la boule est rouge », donc la variable aléatoire X qui donne le nombre de boules noires tirées suit une loi binomiale de paramètres 5 et $\frac{3}{8}$.

a) La probabilité d'obtenir 5 fois une boule noire est :

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \left(\frac{3}{8}\right)^5 \left(1 - \frac{3}{8}\right)^0$$

$$P(X = 5) = \left(\frac{3}{8}\right)^5$$

(réponse B)

b) La probabilité d'obtenir 2 boules noires et 3 boules rouges est

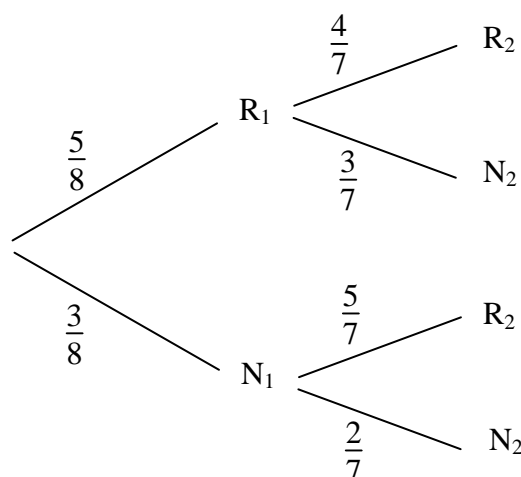
$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \left(\frac{3}{8}\right)^2 \left(1 - \frac{3}{8}\right)^3$$

$$P(X = 2) = 10 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$$

(réponse C)

3) On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne.

Construisons l'arbre correspondant à cette situation :



a) La probabilité conditionnelle $P_{R_1}(R_2)$ est égale à : $\frac{4}{7}$ (réponse B)

b) La probabilité de l'évènement $R_1 \cap N_2$ est :

$$P(R_1 \cap N_2) = P(R_1)P_{R_1}(N_2)$$

$$P(R_1 \cap N_2) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56} \quad (\text{réponse C})$$

c) R_1 et N_1 forment une partition de l'univers donc la loi des probabilités totales donne :

La probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage est :

$$P(R_2) = P(R_1 \cap R_2) + P(N_1 \cap R_2)$$

$$P(R_2) = P(R_1)P_{R_1}(R_2) + P(N_1)P_{N_1}(R_2)$$

$$P(R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7}$$

$$P(R_2) = \frac{5}{8} \quad (\text{réponse A})$$

d) La probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage sachant qu'on a obtenu une boule noire au second tirage est :

$$P_{N_2}(R_1) = \frac{P(R_1 \cap N_2)}{P(N_2)}$$

$$P_{N_2}(R_1) = \frac{\frac{15}{56}}{1 - \frac{5}{8}}$$

$$P_{N_2}(R_1) = \frac{5}{7} \quad (\text{réponse C})$$

Exercice 2 : Sur 5 points (Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)**I) Restitution organisée de connaissances.**

On pose $z = a + ib$, d'où $\overline{z} = a - ib$

$$\begin{aligned} 1) \quad \overline{\overline{z}} = -z &\Leftrightarrow a - ib = -a - ib \\ \overline{z} = -z &\Leftrightarrow 2a = 0 \\ \overline{z} = -z &\Leftrightarrow a = 0 \\ \overline{z} = -z &\Leftrightarrow \mathbf{z \text{ est un imaginaire pur}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \overline{\overline{z}} = z &\Leftrightarrow a + ib = a - ib \\ \overline{z} = z &\Leftrightarrow 2ib = 0 \\ \overline{z} = z &\Leftrightarrow b = 0 \\ \overline{z} = z &\Leftrightarrow \mathbf{z \text{ est un réel}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \text{ Pour tout nombre complexe } z : \quad \overline{z \overline{z}} &= (a + ib)(a - ib) \\ \overline{z \overline{z}} &= a^2 - (ib)^2 \\ \overline{z \overline{z}} &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{De plus,} \quad |z|^2 &= (\sqrt{a^2 + b^2})^2 \\ |z|^2 &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Donc : **Pour tout nombre complexe z, on a l'égalité : $z \overline{z} = |z|^2$**

II) Etude d'un cas particulier.

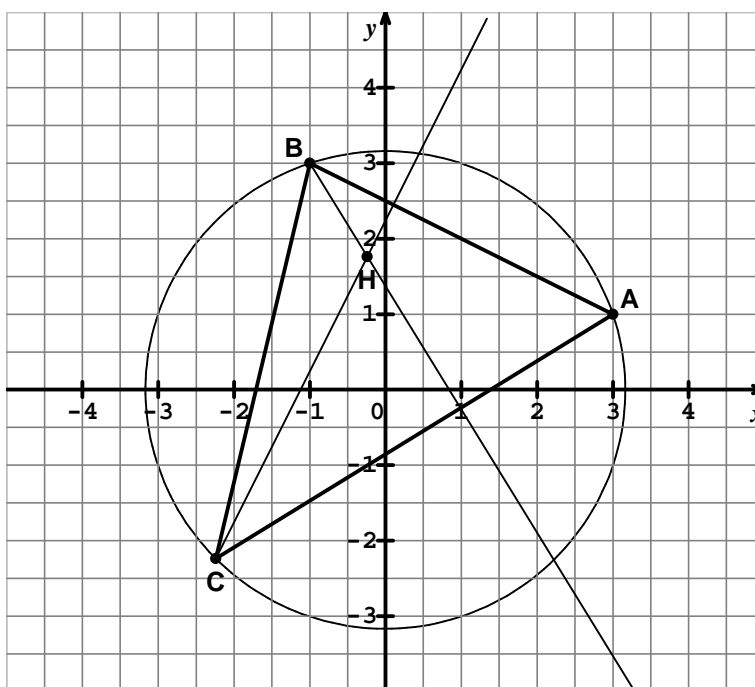
On a : $a = 3 + i$; $b = -1 + 3i$; $c = -\sqrt{5} - i\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} 1) \quad OA &= |a - 0| & OB &= |b - 0| & OC &= |c - 0| \\ OA &= |3 + i| & OB &= |-1 + 3i| & OC &= |-\sqrt{5} - i\sqrt{5}| \\ OA &= \sqrt{3^2 + 1^2} & OB &= \sqrt{(-1)^2 + 3^2} & OC &= \sqrt{(-\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}^2} \\ OA &= \sqrt{10} & OB &= \sqrt{10} & OC &= \sqrt{10} \end{aligned}$$

D'où : $OA = OB = OC$

Donc O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

2)



On trace les hauteurs de ABC passant par B et C : Elles semblent sécantes en H : donc H semble être l'orthocentre de ABC

III) Etude du cas général.

ABC est un triangle dont O est le centre du cercle circonscrit, et a, b, c sont les affixes respectives des points A, B, C.

1) O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC

si et seulement si : $OA = OB = OC$

si et seulement si : $|a - 0| = |b - 0| = |c - 0|$

si et seulement si : $|a|^2 = |b|^2 = |c|^2$

si et seulement si : $\overline{a} \overline{a} = \overline{b} \overline{b} = \overline{c} \overline{c}$

d'après I3)

2) On pose $w = \overline{b} \overline{c} - \overline{b} \overline{c}$.

$$\text{a) } \overline{w} = \overline{\overline{b} \overline{c} - \overline{b} \overline{c}}$$

$$\overline{w} = \overline{\overline{b}} \overline{\overline{c}} - \overline{\overline{b}} \overline{\overline{c}}$$

$$\overline{w} = \overline{b} \overline{c} - \overline{b} \overline{c}$$

$$\overline{w} = -w$$

Donc : d'après I1), w est un imaginaire pur.

$$b) \quad (b+c)(\overline{b-c}) = b\overline{b} - b\overline{c} + c\overline{b} - c\overline{c}$$

Or O est le centre du cercle circonscrit à ABC, donc $b\overline{b} = c\overline{c}$, d'après III)1)

$$(b+c)(\overline{b-c}) = \overline{b}c - b\overline{c}$$

$$(b+c)(\overline{b-c}) = w$$

$$\text{D'où : } \frac{w}{|b-c|^2} = \frac{(b+c)(\overline{b-c})}{(b-c)(\overline{b-c})} \quad \text{d'après D)3)}$$

$$\text{Or : } \overline{b-c} = \overline{b} - \overline{c}$$

$$\frac{w}{|b-c|^2} = \frac{b+c}{b-c}$$

c) D'après III)2), w est un imaginaire pur.

De plus $|b-c|^2$ est un réel strictement positif, donc : $\frac{b+c}{b-c}$ est un imaginaire pur

3) Soit H le point d'affixe $a+b+c$.

a) \overline{AH} a pour affixe : $a+b+c-a = b+c$ et \overline{CB} a pour affixe $b-c$

$$b) \quad (\overline{CB}, \overline{AH}) = \arg\left(\frac{z_H - z_A}{z_B - z_C}\right)$$

$$(\overline{CB}, \overline{AH}) = \arg\left(\frac{b+c}{b-c}\right)$$

D'après 2)c), $\frac{b+c}{b-c}$ est un imaginaire pur, donc

On suppose $b+c \neq 0$, sinon \overline{AH} serait un vecteur nul, c'est-à-dire A et H seraient confondus.

$$(\overline{CB}, \overline{AH}) = \frac{\pi}{2} + k\pi, \text{ où } k \text{ est entier relatif quelconque.}$$

(On admet de même que : $(\overline{CA}, \overline{BH}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$)

c) $(\overline{CB}, \overline{AH}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $(\overline{CA}, \overline{BH}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$, donc : (CB) et (AH) sont

perpendiculaires, ainsi que (CA) et (BH)

Donc (AH) est la hauteur de ABC issue de A et (BH) est la hauteur issue de B.

Elles sont sécantes en H, **D'où H est l'orthocentre de ABC.**

Exercice 2 : sur 5 points (Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . L'unité graphique est 2 cm.

Soit f la similitude plane **indirecte** d'écriture complexe :

$$z' = i\sqrt{2} \bar{z} + 2i\sqrt{2} - 2$$

I) Restitution organisée de connaissances.

L'écriture complexe d'une similitude plane directe autre qu'une translation est de la forme : $z' = az + b$, où a et b sont des nombres complexes, avec $a \neq 1$.

Ω est un point invariant d'une telle similitude si son affixe w vérifie : $w = aw + b$

$$(1 - a)w = b$$

$$w = \frac{b}{1 - a}$$

Il existe donc un unique point invariant par une similitude plane directe d'affixe $\frac{b}{1 - a}$, appelé centre de la similitude.

II) Première décomposition de f .

Soit g la similitude plane directe d'écriture complexe :

$$z' = i\sqrt{2} z + 2i\sqrt{2} - 2$$

1) Soit $a = i\sqrt{2}$ et $b = 2i\sqrt{2} - 2$

D'après I), g est une similitude plane directe de centre Ω d'affixe : $w = \frac{b}{1 - a}$.

$$w = \frac{2i\sqrt{2} - 2}{1 - i\sqrt{2}}$$

$$w = \frac{-2(1 - i\sqrt{2})}{1 - i\sqrt{2}}$$

$$w = -2$$

Son rapport est : $|a| = \sqrt{2}$

Son angle est $\arg a = \frac{\pi}{2}$

2) Soit s la réflexion d'écriture complexe : $z' = \bar{z}$ (réflexion d'axe $(O; \vec{u})$)

On a alors : $g \circ s(z) = g(s(z))$ pour tout nombre complexe z

$$g \circ s(z) = i\sqrt{2} \bar{z} + 2i\sqrt{2} - 2$$

$$g \circ s(z) = f(z).$$

III) Deuxième décomposition de f.

- 1) Soit
- Ω
- un point invariant de f et w son affixe :

$$\text{On a alors : } w = i\sqrt{2} \overline{w} + 2i\sqrt{2} - 2$$

Posons $w = x + iy$

$$\begin{aligned} x + iy &= i\sqrt{2} (x - iy) + 2i\sqrt{2} - 2 \\ x + iy &= i\sqrt{2} x + \sqrt{2} y + 2i\sqrt{2} - 2 \\ \begin{cases} x &= \sqrt{2}y - 2 \\ y &= \sqrt{2} x + 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x &= \sqrt{2} y - 2 \\ y &= \sqrt{2} (\sqrt{2} y - 2) + 2\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x &= \sqrt{2} y - 2 \\ y &= 2y \end{cases} \\ \begin{cases} y &= 0 \\ x &= -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Donc il y a un unique point invariant par f : le point Ω d'affixe : $w = -2$

- 2) Soit
- \mathcal{D}
- la droite d'équation :
- $y = x + 2$
- .

Si N appartient à \mathcal{D} , alors N a une affixe de la forme : $z_N = x + i(x + 2)$ d'où son image par f a pour affixe $z_N' = i\sqrt{2} (x - i(x + 2)) + 2i\sqrt{2} - 2$

$$\begin{aligned} \text{Posons : } z_N' &= x' + iy' & x' + iy' &= i\sqrt{2} (x - i(x + 2)) + 2i\sqrt{2} - 2 \\ & & x' + iy' &= i\sqrt{2} x + \sqrt{2} x + 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2} - 2 \\ & & \begin{cases} x' &= \sqrt{2} x + 2\sqrt{2} - 2 \\ y' &= \sqrt{2} x + 2\sqrt{2} \end{cases} \\ & & \text{d'où : } y' &= x' + 2 \end{aligned}$$

Donc : Si N appartient à \mathcal{D} , alors l'image $f(N)$ de N est un point de la droite \mathcal{D}

- 3) Soit
- σ
- la réflexion d'axe
- \mathcal{D}
- et k la transformation définie par :
- $k = f \circ \sigma$
- .

a) L'écriture complexe de σ est de la forme : $z' = a \overline{z} + b$ Les points A d'affixe $2i$ et B d'affixe -2 sont des points de \mathcal{D} donc sont invariants par

$$\begin{aligned} \sigma, \text{ d'où les équations : } & \begin{cases} 2i = -2ia + b \\ -2 = -2a + b \\ b = 2i + 2ia \\ -2 = -2a + 2i + 2ia \\ b = 2i + 2ia \\ a = \frac{1+i}{1-i} \\ a = i \\ b = 2i - 2 \end{cases} \end{aligned}$$

L'écriture complexe de σ est : $z' = i \overline{z} + 2i - 2$

b) On en déduit :

$$k(z) = f \circ \sigma(z)$$

$$k(z) = f(i \bar{z} + 2i - 2)$$

$$k(z) = i\sqrt{2} \left(\overline{i \bar{z} + 2i - 2} \right) + 2i\sqrt{2} - 2$$

$$k(z) = i\sqrt{2}(-i z - 2i - 2) + 2i\sqrt{2} - 2$$

$$k(z) = \sqrt{2} z + 2\sqrt{2} - 2.$$

L'écriture complexe de k est donc : $z' = \sqrt{2} z + 2\sqrt{2} - 2$

c) La transformation k est donc une **homothétie** de centre Ω d'affixe $w = \frac{2\sqrt{2} - 2}{1 - \sqrt{2}}$
 $w = -2$

et son rapport est $\sqrt{2}$.

4) $k = f \circ \sigma$ d'où : $k \circ \sigma = f \circ \sigma \circ \sigma$
 $k \circ \sigma = f$ car $\sigma \circ \sigma = \text{Id}$

Exercice 3 : sur 4 points (commun à tous les candidats)**I) Question préliminaire**

- 1) T est la tangente à la courbe au point d'abscisse x, donc son équation est de la forme :
 $Y = f'(x)[X - x] + f(x)$.

Or f' ne s'annule pas sur l'intervalle I, donc T n'est pas parallèle à l'axe des abscisses. Il existe donc un point d'intersection H entre l'axe des abscisses et T. Ses coordonnées X_T et Y_H vérifient donc :

$$Y_H \text{ vérifient donc : } \begin{cases} Y_H = 0 \\ Y_H = f'(x)[X_T - x] + f(x) \\ Y_H = 0 \\ 0 = f'(x)[X_T - x] + f(x) \end{cases}$$

$$\text{D'où } X_T = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

- 2) T n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées (pas de la forme $x = a$) donc elle coupe l'axe des ordonnées en un point K dont l'abscisse X_K et l'ordonnée Y_T vérifient :

$$\begin{cases} Y_T = f'(x)[X_K - x] + f(x) \\ X_K = 0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } Y_T = f(x) - x f'(x)$$

II) k désigne un réel fixé non nul.

- 1) f vérifie la propriété 1 si et seulement si : $x - X_T = k$ (pour tout nombre réel x)

$$\text{Or : } X_T = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad \text{donc } x - X_T = \frac{f(x)}{f'(x)}, \text{ d'où :}$$

$$f \text{ vérifie la propriété 1 si et seulement si : } \frac{f(x)}{f'(x)} = k \quad (\text{pour tout réel } x)$$

$$f \text{ vérifie la propriété 1 si et seulement si : } f'(x) = \frac{1}{k} f(x) \quad (\text{pour tout réel } x)$$

f vérifie la propriété 1 si et seulement si f vérifie l'équation différentielle : $y' = \frac{1}{k} y$

- 2) On en déduit que **f vérifie la propriété 1 si et seulement si** f est de la forme :

$$f(x) = C e^{(1/k)x} \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

$$\text{Pour } k = \frac{1}{2}, \text{ on a donc } f(x) = C e^{2x} \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

$$\text{Si } f(0) = 1, \text{ on a alors : } 1 = C e^0 \quad \text{d'où } C = 1$$

$$\text{Donc } f(x) = e^{2x}$$

III) k désigne un réel fixé non nul.

$y - Y_T$ est constante et égale à k , pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $I =]0 ; +\infty [$. (Propriété 2)

1) f vérifie la propriété 2 si et seulement si $y - Y_T = k$ pour tout réel x de I

Or $y = f(x)$ et $Y_T = f(x) - x f'(x)$ d'après I2)

f vérifie la propriété 2 si et seulement si : $f(x) - f(x) + x f'(x) = k$ pour tout réel x de I

f vérifie la propriété 2 si et seulement si : $f'(x) = \frac{k}{x}$ pour tout réel x de I

f vérifie la propriété 2 si et seulement si f est solution de l'équation différentielle :

$$y' = \frac{k}{x}$$

2) On en déduit que : f vérifie la propriété 2 si et seulement si :

$$f(x) = k \ln(x) + C \text{ avec } C \in \mathbb{R}$$

Pour $k = \frac{1}{2}$: $f(x) = \frac{1}{2} \ln(x) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

Si $f(1) = 0$, alors on a : $0 = \frac{1}{2} \ln 1 + C$ d'où $C = 0$

D'où : $f(x) = \frac{1}{2} \ln x$

Exercice 4 : Sur 7 points (commun à tous les candidats)**I) Existence et unicité des solutions**

- 1) x est solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow e^x = \frac{1}{x}$
 x est solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow e^{-x} = x$ (car $e^{-x} \neq 0$ pour tout réel x)
 x est solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow x - e^{-x} = 0$
 x est solution de l'équation (E) $\Leftrightarrow f(x) = 0$.

2) Etude du signe de la fonction f .

a) f est dérivable comme composée et somme de fonctions dérivables sur \mathbb{R} .

Soit f' sa dérivée : $f'(x) = 1 + e^{-x}$

Or $e^{-x} > 0$ pour tout réel x , donc f' est la somme de deux nombres strictement positifs, donc : $f'(x) > 0$ pour tout réel x

D'où : **f est strictement croissante sur \mathbb{R} .**

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} -x = +\infty$ d'où : $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = +\infty$ et donc : $\lim_{x \rightarrow -\infty} -e^{-x} = -\infty$

Donc par somme : **$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ d'où : $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$

Donc par somme : **$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$**

f est continue (car dérivable) et strictement croissante sur \mathbb{R} à valeurs dans $]-\infty ; +\infty[$

De plus, $0 \in]-\infty ; +\infty[$, donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires,

l'équation : $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur \mathbb{R}

D'où : **(E) admet une unique solution α sur \mathbb{R}**

c) $f\left(\frac{1}{2}\right) \approx -0,1$ et $f(1) \approx 0,63$

Donc : $f\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0 \leq f(1)$ et f est croissante sur \mathbb{R}

D'où : **$\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$**

d) Sur l'intervalle $[0 ; \alpha]$: $0 \leq x \leq \alpha$

$f(0) \leq f(x) \leq f(\alpha)$ car f est croissante sur \mathbb{R} donc sur $[0 ; \alpha]$

Or $f(0) = -1$ et $f(\alpha) = 0$, donc : **$f(x) \leq 0$ sur $[0 ; \alpha]$**

II) Deuxième approche

- 1) $g(x) = x.$ $\Leftrightarrow \frac{1+x}{1+e^x} = x$
 $\Leftrightarrow 1+x = x + xe^x$
 $\Leftrightarrow 1 = xe^x$
 $\Leftrightarrow x = e^{-x}$
 $\Leftrightarrow x - e^{-x} = 0$
 $g(x) = x.$ $\Leftrightarrow f(x) = 0$

- 2) α est l'unique réel vérifiant : $f(x) = 0$, d'après **I2)b)**
donc, d'après **II1)**, α est l'unique réel vérifiant : $g(\alpha) = \alpha$.
- 3) g est dérivable sur $[0 ; 1]$ comme quotient et composée de fonctions dérivables sur $[0 ; 1]$. Soit g' sa dérivée :

$$g'(x) = \frac{1(1 + e^x) - (1 + x)e^x}{(1 + e^x)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1 - xe^x}{(1 + e^x)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Or } (1 + e^x)^2 > 0, \text{ donc : } \quad g'(x) \geq 0 & \Leftrightarrow 1 - xe^x \geq 0 \\ & \Leftrightarrow 1 \geq xe^x \\ & \Leftrightarrow e^{-x} \geq x \quad (\text{car } e^x \neq 0) \\ & \Leftrightarrow 0 \geq f(x) \end{aligned}$$

Or, d'après **I1)d)**, $f(x) \leq 0$ sur $[0 ; \alpha]$, donc $g'(x) \geq 0$ sur $[0 ; \alpha]$.

Donc g est croissante sur $[0 ; \alpha]$.

III) Construction d'une suite de réels ayant pour limite α

- 1) Soit (P_n) la propriété : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$, avec n entier naturel

Montrons cette propriété pour tout entier naturel n par récurrence

initialisation : $u_0 = 0$ et $u_1 = g(u_0)$

$$u_1 = g(0)$$

$$u_1 = \frac{1}{2}$$

Or $\frac{1}{2} \leq \alpha$, d'après **I2)c)**

Donc : $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq \alpha$ donc (P_0) est vraie

hérédité : Supposons (P_k) vraie pour un rang fixé k :

$$0 \leq u_k \leq u_{k+1} \leq \alpha$$

$$g(0) \leq g(u_k) \leq g(u_{k+1}) \leq g(\alpha) \quad \text{car } g \text{ est croissante sur } [0 ; \alpha]$$

$$\frac{1}{2} \leq g(u_k) \leq g(u_{k+1}) \leq \alpha$$

$$\text{d'où : } 0 \leq u_{k+1} \leq u_{k+2} \leq \alpha$$

Donc la propriété est héréditaire

conclusion : La propriété (P_n) est vraie pour tout entier naturel n .

- 2) $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$, pour tout entier naturel n , donc (u_n) est croissante et majorée par α .

Elle est donc convergente. Soit ℓ sa limite.

- 3) $u_{n+1} = g(u_n)$, donc : $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_{n+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} g(u_n)$

Or g est continue (car dérivable), donc : $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_{n+1} = g(\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n)$

$$\ell = g(\ell)$$

Or α est l'unique solution de $g(x) = x$ dans $[0 ; 1]$, donc $\ell = \alpha$

- 4) La calculatrice nous donne $u_4 = 0,567143$ à 10^{-6} près.