Exercice 1 : (4 points) *Commun à tous les candidats*

1. On prend **n = 10.**

a) Au départ l'urne contient 30 boules blanches parmi 40 boules donc $p(B_1) = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$.

Si la boule tirée est blanche, on la remet dans l'urne et on ajoute n = 10 boules blanches supplémentaires donc l'urne contient alors 30 + 10 = 40 boules blanches parmi 40 + 10 = 50 boules donc : $p_{B_1}(B_2) = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$

Donc $p(B_1 \cap B_2) = p(B_1) \times p_{B_1}(B_2)$

$p(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$

$\mathbf{p(B_1 \cap B_2) = \frac{3}{5}}$

B_1 et $\overline{B_1}$ (on obtient une boule noire au second tirage) forment une partition de l'univers donc d'après la formule des probabilités totales :

$$p(B_2) = p(B_1 \cap B_2) + p(\overline{B_1} \cap B_2).$$

De même que pour $p(B_1 \cap B_2)$, on a : $p(\overline{B_1} \cap B_2) = \frac{10}{40} \times \frac{30}{50} = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$

Donc : $p(B_2) = \frac{3}{5} + \frac{3}{20}$

$\mathbf{p(B_2) = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}}$.

b) $p_{B_2}(B_1) = \frac{p(B_1 \cap B_2)}{p(B_2)}$

$p_{B_2}(B_1) = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{4}}$

$p_{B_2}(B_1) = \frac{3}{5} \times \frac{4}{3}$

$\mathbf{p_{B_2}(B_1) = \frac{4}{5}}$.

c) On a : $p(A) = p(B_1 \cap \overline{B_2}) + p(\overline{B_1} \cap B_2)$

De même que pour $p(B_1 \cap B_2)$, on a : $p(B_1 \cap \overline{B_2}) = \frac{3}{4} \times \frac{10}{50} = \frac{3}{20}$

Donc : $p(A) = \frac{3}{20} + \frac{3}{20}$

$\mathbf{p(A) = \frac{3}{10}}$.

2. On prend toujours **n = 10.**

a) On répète huit fois la même épreuve de façon identique et indépendante avec deux issues possibles, soit l'événement A est réalisé soit il ne l'est pas.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètre n = 8 et p = p(A) = $\frac{3}{10}$.

Donc $\quad p(X = 3) = \binom{8}{3} \times \left(\frac{3}{10}\right)^3 \times \left(1 - \frac{3}{10}\right)^5$

p(X = 3) = 0,25 à 10^{-2} près.

b) L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est :

$E(X) = np$

$E(X) = 8 \times \frac{3}{10}$

E(X) = 2,4.

3. On a : $\quad p(A) = p(B_1 \cap \overline{B_2}) + p(\overline{B_1} \cap B_2)$

Avec : $\quad p(B_1 \cap \overline{B_2}) = \frac{3}{4} \times \frac{10}{40 + n}$ $\quad$ et $\quad p(\overline{B_1} \cap B_2) = \frac{1}{4} \times \frac{30}{40 + n}$

$p(B_1 \cap \overline{B_2}) = \frac{30}{4(40 + n)}$ $\quad$ et $\quad p(\overline{B_1} \cap B_2) = \frac{30}{4(40 + n)}$

Donc : $\quad p(A) = \frac{30}{4(40 + n)} + \frac{30}{4(40 + n)}$

$p(A) = \frac{15}{(40 + n)}$

Résolvons : $p(A) = \frac{1}{4}$:

$p(A) = \frac{1}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{15}{(40 + n)} = \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow \quad 40 + n = 60$

$\Leftrightarrow \quad n = 20.$

Il existe bien une valeur de n pour laquelle p(A) = $\frac{1}{4}$, cette valeur est n = 20.

Exercice 2 **(5 points)** *Commun à tous les candidats*

PARTIE A

1. Dans le triangle rectangle FBI rectangle en B on a d'après le théorème de Pythagore :

$FI^2 = FB^2 + BI^2$ avec $FB = 1$ et $BI = \dfrac{2}{3}$

$FI^2 = 1 + \dfrac{4}{9}$

$FI^2 = \dfrac{13}{9}$ soit $FI = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$

De même dans le triangle rectangle FEJ, on montre que $FJ = \dfrac{\sqrt{13}}{3}$

Donc FI = FJ, **le triangle FIJ est donc isocèle en F.**

On sait que K est le milieu de [IJ], donc la droite (FK) est la médiane issue de F dans le triangle FIJ. Comme ce triangle est isocèle en F, la médiane (FK) est aussi la médiatrice du segment [IJ]. On en déduit donc que **les droites (FK) et (IJ) sont orthogonales.**

On admet que les droites (GK) et (IJ) sont orthogonales.

2. Les points F, G et K ne sont pas alignés donc ils définissent un plan (FGK).
On sait que :

les droites (FK) et (IJ) sont orthogonales ;
les droites (GK) et (IJ) sont orthogonales.

La droites (IJ) est orthogonale a deux droites sécantes du plan (FGK), donc **la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGK).**

3. P est le projeté orthogonal de G sur le plan (FIJ) donc la droite (PG) est orthogonale au plan (FIJ) donc les droites (IJ) et (PG) sont orthogonales.
De plus la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGK) donc les droites (IJ) et (FG) sont orthogonales.
Les points F, G et P ne sont pas alignés donc ils définissent un plan (FGP).
La droites (IJ) est donc orthogonale a deux droites sécantes du plan (FGP), donc **la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGP).**

4. a) On sait que :

la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGK) ;
la droite (IJ) est orthogonale au plan (FGP).

Donc par le point F, il passe deux plans (FGK) et (FGP) orthogonaux à la droite (IJ).
D'après la propriété suivante :

« Par un point de l'espace, il passe un plan et un seul orthogonal à une droite donnée ».

On en déduit donc que les plans (FGK) et (FGP) sont confondus. Donc **les points F, G, K et P sont coplanaires.**

b) La droite (IJ) est orthogonale au plan (FGP) donc les droites (IJ) et (FP) sont orthogonales.
Les droites (IJ) et (FK) sont orthogonales.
Comme les points F, G, K et P sont coplanaires, les droites (FP) et (FK) sont donc confondues, donc **les points F, P et K sont alignés.**

PARTIE B

1. On a : $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}$ **Les coordonnées de F sont (1, 0, 1).**

On a : $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CG}$

$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$ **Les coordonnées de G sont (1, 1, 1).**

On a : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ **Les coordonnées de I sont $\left(\mathbf{1, \frac{2}{3}, 0}\right)$.**

On a : $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EJ}$

$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{EH}$

$\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AE} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ **Les coordonnées de J sont $\left(\mathbf{0, \frac{2}{3}, 1}\right)$.**

2. a) P est le projeté orthogonal de G sur le plan (FIJ) donc la droite (GP) est orthogonale au plan (FIJ).
Comme le point N appartient à la droite (GP), la droite (GN) est donc orthogonale au plan (FIJ).
Les droites (FI) et (FJ) sont deux droites sécantes du plan (FIJ) donc **la droite (GN) est orthogonale aux droites (FI) et (FJ).**

b) Coordonnées de $\overrightarrow{GN}$: $(x - 1, y - 1, - 1)$. Coordonnées de $\overrightarrow{FI}$: $\left(0, \frac{2}{3}, - 1\right)$.

Coordonnées de $\overrightarrow{FJ}$: $\left(- 1, \frac{2}{3}, 0\right)$.

Donc : $\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FI} = (x - 1) \times 0 + (y - 1) \times \frac{2}{3} + (- 1) \times (- 1)$

$\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FI} = \frac{2}{3}y - \frac{2}{3} + 1$

$\boldsymbol{\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FI} = \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}}$.

et $\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FJ} = (x - 1) \times (- 1) + (y - 1) \times \frac{2}{3} + (- 1) \times 0$

$\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FJ} = 1 - x + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}$

$\boldsymbol{\overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FJ} = - x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}}$.

c) Comme la droite (GN) est orthogonale aux droites (FI) et (FJ) on a donc :

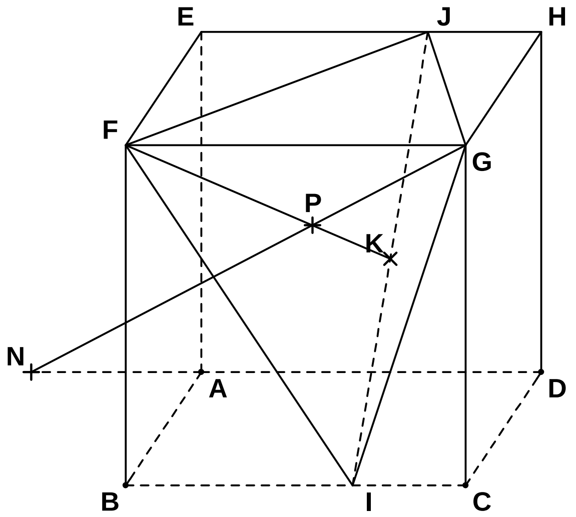
$$\begin{cases} \overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FI} = 0 \\ \overrightarrow{GN}.\overrightarrow{FJ} = 0 \end{cases}$$

On a alors : $\begin{cases} \dfrac{2}{3}y + \dfrac{1}{3} = 0 \\ -x + \dfrac{2}{3}y + \dfrac{1}{3} = 0 \end{cases}$ soit $\begin{cases} y = -\dfrac{1}{2} \\ x = 0 \end{cases}$.

Les coordonnées du point N sont $\left(0, -\dfrac{1}{2}, 0\right)$.

3. Pour placer le point P, il faut placer le point N tel que $\overrightarrow{AN} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

Le point P est le point d'intersection des droites (GN) et (FK).



<u>Exercice 3</u> (5 points) *Commun à tous les candidats*

Partie A

1. On considère un réel λ non nul et on définit sur $\mathbb{N}$ la suite (t_n) par $t_n = \lambda^n$.

Pour tout entier naturel n non nul :

La suite (t_n) appartient à l'ensemble (E) $\Leftrightarrow t_{n+1} - t_n = 0{,}24t_{n-1}$.
$\Leftrightarrow \lambda^{n+1} - \lambda^n = 0{,}24\lambda^{n-1}$.
$\Leftrightarrow \lambda^{n+1} - \lambda^n - 0{,}24\lambda^{n-1} = 0$
$\Leftrightarrow \lambda^{n-1}(\lambda^2 - \lambda - 0{,}24) = 0$
$\Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda - 0{,}24 = 0$ car $\lambda^{n-1} \neq 0$ car $\lambda \neq 0$

Donc la suite (t_n) appartient à l'ensemble (E) si et seulement si λ est solution de l'équation $\lambda^2 - \lambda - 0{,}24 = 0$.

Résolvons l'équation : $\lambda^2 - \lambda - 0{,}24 = 0$.

$$\Delta = 1 + 4 \times 0{,}24 = 1{,}96 = (1{,}4)^2$$

$$\lambda_1 = \frac{1 + 1{,}4}{2} = 1{,}2 \qquad \text{et } \lambda_2 = \frac{1 - 1{,}4}{2} = -0{,}2$$

Donc les suites (t_n) appartenant à l'ensemble (E) sont les suites définit sur $\mathbb{N}$ par : $1{,}2^n$ et $(-0{,}2)^n$.

On admet que (E) est l'ensemble des suites (u_n) définies sur $\mathbb{N}$ par une relation de la forme $u_n = \alpha(1{,}2)^n + \beta(-0{,}2)^n$ où α et β sont deux réels.

2. On considère une suite (u_n) de l'ensemble (E).

$u_0 = 6$ donc $\alpha + \beta = 6$

$u_1 = 6{,}6$ donc $1{,}2\alpha - 0{,}2\beta = 6{,}6$ soit $6\alpha - \beta = 33$

On obtient le système : $\begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ 6\alpha - \beta = 33 \end{cases}$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ 6\alpha - \beta = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 6 \\ 7\alpha = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{39}{7} \\ \beta = 6 - \frac{39}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{\alpha = \frac{39}{7}} \\ \boldsymbol{\beta = \frac{3}{7}} \end{cases}.$$

Donc pour tout entier naturel n, $u_n = \frac{39}{7}(1{,}2)^n + \frac{3}{7}(-0{,}2)^n$.

3. $\lim\limits_{n \to +\infty} (-0{,}2)^n = 0$ car $-0{,}2 \in \,]-1\,;1[$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{3}{7}(-0{,}2)^n = 0$

$\lim\limits_{n \to +\infty} (1{,}2)^n = +\infty$ donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{39}{7}(1{,}2)^n = +\infty$

Donc par somme : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$.

Partie B

1. a) La fonction f est une fonction polynôme, donc elle est dérivable sur $\mathbb{R}$.
Pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $f'(x) = 1{,}4 - 0{,}05 \times 2x$
$f'(x) = 1{,}4 - 0{,}1x$.

Signe de $f'(x)$:

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1{,}4}{0{,}1} = 14$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x < 14$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x > 14$

Donc sur [0 ; 8] on a $f'(x) > 0$ donc ***f*** **est croissante sur [0 ; 8].**

b) Montrons par récurrence : pour tout entier naturel n, $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$.

Au rang 0 : $v_0 = 6$ $v_1 = 1{,}4 \times 6 - 0{,}05 \times 6^2 = 6{,}6$
Donc $0 \leq v_0 < v_1 \leq 8$.

Supposons que : $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$ pour un entier n donné.
Hérédité : On a $f(v_n) = v_{n+1}$
On a : $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$
Comme f est croissante sur [0 ; 8] on a alors :
$f(0) \leq f(v_n) < f(v_{n+1}) \leq f(8)$ $f(0) = 0$ et $f(8) = 8$
$0 \leq v_{n+1} < v_{n+2} \leq 8$
Donc la propriété est héréditaire, comme elle est vraie au rang 0, on a donc :
pour tout entier naturel n, $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$.

2. Pour tout entier naturel n, $0 \leq v_n < v_{n+1} \leq 8$.
Donc la suite v_n est croissante car $v_n < v_{n+1}$ et est majorée, donc **la suite v_n est convergente vers une limite ℓ.**
Comme $f(v_n) = v_{n+1}$ et comme f est continue sur [0 ; 8] alors la limite ℓ vérifie : $\ell = f(\ell)$.

$\ell = f(\ell) \Leftrightarrow \ell = 1{,}4\ell - 0{,}05\ell^2$

$\ell = f(\ell) \Leftrightarrow 0{,}4\ell - 0{,}05\ell^2 = 0$

$\ell = f(\ell) \Leftrightarrow \ell(0{,}4 - 0{,}05\ell) = 0$

$\ell = f(\ell) \Leftrightarrow \ell = 0$ ou $\ell = \dfrac{0{,}4}{0{,}05} = 8$

La suite v_n étant croissante et comme $v_0 = 6$, on a $\ell \geq 6$.
Donc la limite de la suite v_n est $\ell = 8$.

Exercice 4 : (5 points) *Commun à tous les candidats*

Partie A - Étude de la fonction *f*.

1. Pour tout réel x, $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$.
$f(x) = \ln(e^x(1 + 2e^{-2x}))$.
$f(x) = \ln(e^x) + \ln(1 + 2e^{-2x})$.
$\boldsymbol{f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})}$.

On admet que, pour tout réel x, $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.

2. $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to +\infty} -2x = -\infty \\ \lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0\end{array}\right\}$ donc par composée $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + e^{-2x} = 1$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to +\infty} 1 + e^{-2x} = 1 \\ \lim\limits_{X \to 1} \ln x = \ln 1 = 0\end{array}\right\}$ donc par composée $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x = +\infty$ donc par somme $\boldsymbol{\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty}$

On a $f(x) - x = \ln(1 + 2e^{-2x})$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0$

Donc $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x) = 0$

Donc la droite (d) d'équation y = x est asymptote à (C).

Position relative de (C) et de (d) :
On a $f(x) - x = \ln(1 + 2e^{-2x})$.
Comme sur $\mathbb{R}$ $e^{-2x} > 0$ alors $1 + 2e^{-2x} > 1$ donc $\ln(1 + 2e^{-2x}) > 0$ sur $\mathbb{R}$.
La courbe (C) est donc au dessus de la droite (d) sur $\mathbb{R}$.

3. Pour tout réel x, $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to -\infty} 2x = -\infty \\ \lim\limits_{X \to -\infty} e^X = 0\end{array}\right\}$ donc par composée $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{2x} = 0$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} (2 + e^{2x}) = 2$

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x \to -\infty} (2 + e^{2x}) = 2 \\ \lim\limits_{X \to 2} \ln X = \ln 2\end{array}\right\}$ donc par composée $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(2 + e^{2x}) = \ln 2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} -x = +\infty$ donc par somme $\boldsymbol{\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty}$

On a $f(x) - (-x + \ln 2) = f(x) + x - \ln 2 = \ln(2 + e^{2x}) - \ln 2$.
Or $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(2 + e^{2x}) = \ln 2$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (-x + \ln 2)] = 0$

Donc la droite (d’) d'équation y = – x + ln 2 est asymptote à (C).

4. Sur ℝ, $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$.
Les fonctions $x \mapsto e^x$ et $x \mapsto e^{-x}$ sont continues sur ℝ donc par somme la fonction $x \mapsto e^x + 2e^{-x}$ est continue sur ℝ à valeurs strictement positive.
La fonctions $x \mapsto \ln x$ est continue sur $]0 ; +\infty[$.
Donc par composée de fonctions continues sur ℝ, la fonctions f est continue sur ℝ donc dérivables sur ℝ.

Pour tout x de ℝ, $f'(x) = \dfrac{e^x - 2e^{-x}}{e^x + 2e^{-x}}$ $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ et $(e^u)' = u'e^u$

Sur ℝ $e^x + 2e^{-x} > 0$ car une exponentielle est toujours strictement positive donc le signe de $f'(x)$ est le même que celui de $e^x - 2e^{-x}$.

$$\begin{aligned} e^x - 2e^{-x} = 0 &\Leftrightarrow e^x(1 - 2e^{-2x}) = 0 \\ &\Leftrightarrow 1 - 2e^{-2x} = 0 \qquad \text{car } e^x \neq 0 \\ &\Leftrightarrow e^{-2x} = \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -2x = \ln\frac{1}{2} = -\ln 2 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}\ln 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e^x - 2e^{-x} > 0 &\Leftrightarrow e^x(1 - 2e^{-2x}) > 0 \\ &\Leftrightarrow 1 - 2e^{-2x} > 0 \qquad \text{car } e^x > 0 \\ &\Leftrightarrow e^{-2x} < \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -2x < -\ln 2 \text{ car la fonction ln est croissante sur }]0 ; +\infty[\\ &\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}\ln 2 \end{aligned}$$

$$e^x - 2e^{-x} < 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}\ln 2$$

Donc :

Sur $]-\infty ; \frac{1}{2}\ln 2[$, la fonction f est décroissante.

Sur $]\frac{1}{2}\ln 2 ; +\infty[$, la fonction f est croissante.

Pour $x = \frac{1}{2}\ln 2$, la fonction admet un minimum qui vaut $f\left(\frac{1}{2}\ln 2\right)$.

Pour calculer le minimum on prend l'écriture : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$.

$$f\left(\frac{1}{2}\ln 2\right) = \frac{1}{2}\ln 2 + \ln(1 + 2e^{-\ln 2}) \qquad e^{-\ln 2} = e^{\ln(1/2)} = \frac{1}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\ln 2\right) = \frac{1}{2}\ln 2 + \ln\left(1 + 2 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{1}{2}\ln 2\right) = \frac{1}{2}\ln 2 + \ln 2$$

$$\boldsymbol{f\left(\frac{1}{2}\ln 2\right) = \frac{3}{2}\ln 2}$$

5. Voir figure en fin d'exercice.

Partie B - Encadrement d'une intégrale

1. Sur $\mathbb{R}$, on sait que $f(x) - x > 0$ (question **2.** de la partie A).
Donc I est égale à l'aire, exprimée en unité d'aire, de la partie du plan délimitée par la courbe (C), la droite (d) et les droites d'équation x = 2 et x = 3.

2. Soit la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = \ln(1 + x) - x$
La fonction g est dérivable sur $[0 ; +\infty[$ et pour tout x de $[0 ; +\infty[$ on a :

$$g'(x) = \frac{1}{1+x} - 1$$

$$g'(x) = \frac{1-1-x}{1+x}$$

$$g'(x) = \frac{-x}{1+x}$$

Donc sur $[0 ; +\infty[$, $g'(x) \leq 0$, donc la fonction g est décroissante.
De plus $g(0) = \ln 1 = 0$.
Donc sur $[0 ; +\infty[$ la fonction g est décroissante et possède un maximum nul donc :
pour tout $x \in [0 ; +\infty[$, $g(x) \leq 0$, soit $\ln(1 + x) - x \leq 0$
On en déduit donc que : pour tout $X \in [0 ; +\infty[$, $\ln(1 + X) \leq X$.

3. Pour tout x, $f(x) - x = \ln(1 + 2e^{-2x})$.
On a : $e^{-2x} > 0$ donc $\ln(1 + 2e^{-2x}) \leq 2e^{-2x}$ (d'après la question précédente).

Donc $0 \leq f(x) - x \leq 2e^{-2x}$
Par passage à l'intégrale :

$$0 \leq \int_2^3 \left[f(x) - x \right] dx \leq \int_2^3 2e^{-2x} dx$$

Soit $\mathbf{0 \leq I \leq \int_2^3 2e^{-2x} dx}$

Calcul de $\int_2^3 2e^{-2x} dx$: $\int_2^3 2e^{-2x} dx = \left[2 \times \frac{-1}{2} e^{-2x} \right]_2^3$
$= -e^{-6} + e^{-4} = 0{,}016$

Donc un encadrement de I d'amplitude 0,02 est : $0 \leq I \leq 0{,}02$.